Universidade Federal da Bahia. Instituto de Matemática. Departamento de Matemática.
MATA03 – *Cálculo B* **Prova da 1ª Unidade** Data: 16 / 04/ 2008
Semestre – *2008.1* Horário: 07h às 08h e 50min
Professora: *Silvia Velloso Guimarães* Turma: 02 Sala: 208 – PAF I
Nome do Aluno____
Assinatura____

Boa sorte!

Observações:

A prova deverá ser resolvida a tinta azul ou preta.

Se necessário, solicite folha de papel para rascunho. ***Não risque a carteira***.

Todas as respostas devem ser justificadas.

1ª QUESTÃO

Considere a região *R* do plano limitada pela parábola $P: x = y^2$ e pela reta $r: y = x - 2$.

1.1) (1,0) Esboce a região, indicando os pontos de interseção através de suas coordenadas (*x*, *y*) e o mostre que a área de *R* é igual a $\frac{9}{2} u.a.$.

1.2) (1,0) Mostre que a abscissa do centróide de *R* é igual a $\frac{8}{5}$.

1.3) (1,0) Calcule o volume do sólido de revolução obtido pela rotação de *R* em torno da reta *r*. Se necessário utilize a informação de que o centróide de *R* é o ponto $P\ (\frac{8}{5}, \frac{1}{2})$.

1.4) (1,0) Determine a expressão, através de integrais, que permite calcular o volume do sólido que tem por base a região *R* e cujas seções planas paralelas, ortogonais à base, são triângulos eqüiláteros, todos situados em um mesmo subespaço em relação à base, que têm um dos lados paralelo ao eixo *Oy*, com extremidades no contorno de *R*.

2ª QUESTÃO

2.1) (1,0) Calcule a área da região do plano limitada pela ciclóide $C: \begin{cases} x = 2\pi - [t - sen(t)] \\ y = \cos(t) - 1 \end{cases}$, com $t \in [0, 2\pi]$, e o eixo *Ox*. (Ver esboço dessa curva no verso)

2.2) (1,0) Calcule o comprimento do arco de *C*: $\begin{cases} x = 2[\cos(t) + t\, sen(t)] \\ y = 2[\mathrm{sen}(t) - t\cos(t)] \end{cases}$, no intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, sabendo que não existem trechos repetidos.

2.3) (1,0) Considere a astróide *C*: $\begin{cases} x = 4\cos^3(t) \\ y = 4sen^3(t) \end{cases}$, com $t \in [0, 2\pi]$, e a região *R* do plano limitada pela parte de *C* situada no primeiro quadrante e pelos eixos coordenados. Determine a expressão, através de integral, que permite calcular o volume do sólido obtido pela rotação de *R* em torno da reta $s: x = 4$.

3ª QUESTÃO

3.1) (1,0) Dada a curva C de equação polar $r = \dfrac{2}{1+\cos(\theta)}$, obtenha uma equação cartesiana de C e verifique se o ponto de coordenadas polares $P(-1,\pi)$ pertence a C.

3.2) (1,0) Considere as curvas $C_1 : r = -2\,sen\,(3\theta)$ e $C_2 : r = 1$. Esboce o gráfico dessas curvas no mesmo sistema de coordenadas polares, e determine a área da região interna a C_2 e externa a C_1.

3.3) (1,0) Determine a expressão, através de integral, que permite calcular o comprimento do arco da curva C_1, dada no item 3.2.

<u>*INFORMAÇÕES*</u>:

- Se R é uma região do plano limitada por duas curvas $C_1 : y = f(x)$ e $C_2 : y = g(x)$, com $f(x) > g(x)$, para todo $x \in [a,b]$, e pelas retas $r : x = a$ e $s : x = b$, então o centróide de R é o ponto $P(\overline{x}, \overline{y})$ tal que $\overline{x} = \dfrac{1}{A}\displaystyle\int_a^b x[f(x) - g(x)]dx$ e $\overline{y} = \dfrac{1}{A}\displaystyle\int_a^b \dfrac{1}{2}\{[f(x)]^2 - [g(x)]^2\}dx$, sendo A a área de R.
- A área de um triângulo eqüilátero de lado l é dada por $A = \dfrac{l^2\sqrt{3}}{4}$.
- Se $P_o(x_o, y_o)$ e $r : ax + by + c = 0$, então a distância do ponto P_o à reta r é dada por $d(P_o, r) = \dfrac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- Figura da questão 2.1: